Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 05–01–08

Soluzioni

• 1) Sia data la seguente funzione $f(x,y) = x^5 + x^4y - xy^2 - y^3$. Sapendo che i punti critici sono $(0,0)$, $(1,-1)$, $(-1,1)$ si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1* Tutti i punti critici sono selle R2 $(0,0)$ è un minimo e gli altri due selle. R3 $(0,0)$ è un massimo, $(1,-1)$ minimo e il terzo una sella R4 $(0,0)$ è una sella, $(1,-1)$ minimo e il terzo una sella R5 $(0,0)$ e $(1,-1)$ selle e $(-1,1)$ minimo R6 $(0,0)$ e $(1,-1)$ selle e $(-1,1)$ massimo R7 nessuna delle altre

• 2) Sul retro del foglio si dia una stima del δ_ε che entra nella definizione di continuità nell'origine della precedente funzione ossia $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta_\varepsilon > 0 : |\underline{x}| < \delta_\varepsilon \ \Rightarrow\ |f(x,y)| < \varepsilon$

• 3) Della funzione precedente si trovi l'equazione del piano tangente nel punto $(1,1)$

R1 $z = 0$ R2 $z = 4x + 8y$ R3* $z = 8x - 4y - 4$ R4 $z = 8x - 4y + 4$ R5 $z = -2x + y$ R6 $z = -2y + 2x$ R7 nessuna delle altre

• 4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica se ammette limite $(x,y) \to (0,0)$ $f_1 = \dfrac{e^{-\frac{x}{x^2+y^2}}}{(x^2+y^2)^6}$, $f_2 = \dfrac{x + y + e^{-\frac{1}{x^4}} + e^{-\frac{1}{y^2}}}{|xy| + e^{-\frac{1}{x^2}} + e^{-\frac{1}{y^4}}}$, $f_3 = \dfrac{|x| + |y| + x^2y + xy^2}{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} + (xy)^2}$

R1 f_3 si, f_2 si, f_1 si R2* f_3 si, f_2 no, f_1 no R3 f_3 si, f_2 si, f_1 no R4 f_3 no, f_2 no, f_1 no R5 f_3 no, f_2 no, f_1 si R6 f_3 si, f_2 no, f_1 si R7 nessuna delle altre

• 5) Sia data la funzione $f(x,y,z) = x^{(y^{\ln z})}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto $(e,1,e)$ valgono

R1 $(e,1,0)$ R2 $(e,0,e)$ R3* $(1,e,0)$ R4 $(e^{e^e-e-1}, e^e+1, e^e,)$ R5 $(1,e,1)$
R6 $(e^{e^e+e}, e^{-e^e+e}, e^{e^e-e})$ R7 nessuna delle altre

• 6) Si calcoli il volume della regione definita dalle relazioni $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, $x^2 + y + z^2 \leq 1$

R1 1 R2 $\pi/3$ R3 $2/3$ R4 $\pi/15$ R5 $\pi/2$ R6* $\pi/8$ R7 nessuna delle altre

• 7) Sia S la superficie definita dalle relazioni $x^2 + y^2 = 1$, $0 \leq z \leq 2 + x^2 + 2y^2$. Se ne calcoli l'area.

R1 2π R2 $\pi/2$ R3 2π R4 6π R5* 7π R6 8π R7 nessuna delle altre

• 8) Sia data la funzione $f(x,y,z) = (\ln(x))^{(y^{\ln z})}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto (e,e,e) valgono

R1 $(1,e,0)$ R2* $(1,0,0)$ R3 $(e,e,e,)$ R4 $(e,e+1,e-1)$ R5 (e^e,e,e^{e-1}) R6 $(e^2,1,0)$ R7 nessuna delle altre

• 9) Si calcoli il volume dell'insieme dei punti tali che $0 \leq z \leq 60(y-x)$ e la cui proiezione sul piano (x,y) soddisfa le relazioni $y^2 - 2xy - x^2y + 2x^3 \leq 0$, $0 \leq x \leq 1$.

R1 18 R2* 11 R3 4 R4 21 R5 12 R6 14 R7 nessuna delle altre

• 10) Si consideri sul piano di equazione $x+y+z = 0$ quella curva, detta γ, la cui proiezione sul piano (x,y) ha come supporto il sostegno dato dall'equazione $x^2+y^2 = x-|y|$. La curva è percorsa in modo tale che sul piano (x,y) il supporto è percorso in senso antiorario. Si calcoli $\oint_\gamma \omega$ dove $\omega = (y+yz)dx + (x+xz)dy + (xy+y)dz$

R1 0 R2 $\pi/2$ R3 $(\pi-2)/8$ R4 1 R5 $(\pi+2)/2$ R6* $(\pi-2)/4$ R7 nessuna delle altre

• 11) Sul retro del foglio si scriva come si è giunti al risultato precedente